

Simulation

Méthode de Monte-Carlo

Méthode de Monte-Carlo

- Un des 10 algorithmes les plus importants
- Désigne toute méthode visant à calculer une valeur numérique en utilisant des procédés aléatoires
- Le nom fait allusion aux jeux de hasard pratiqués à Monte-Carlo

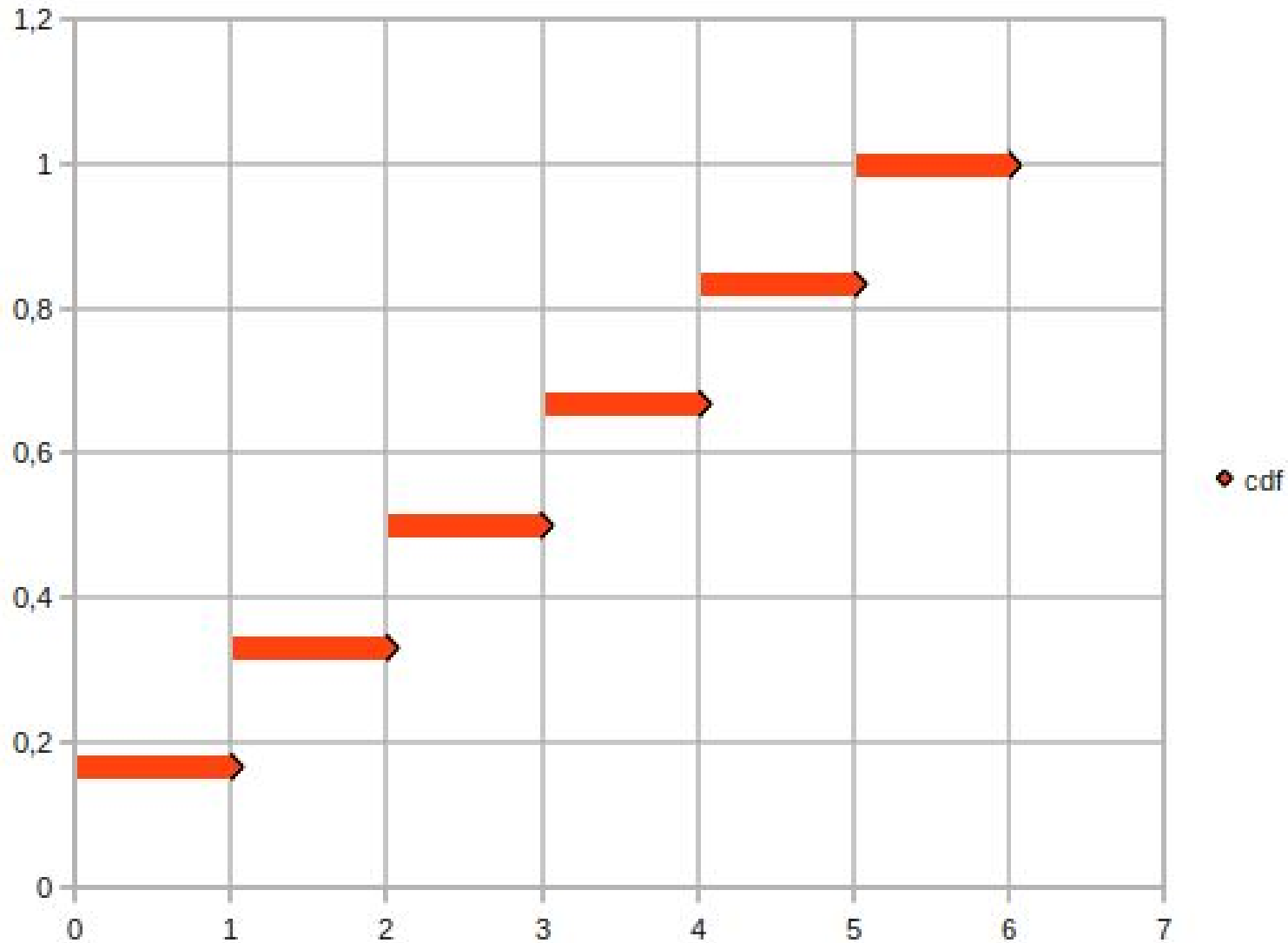
Concepts clefs

- RNG (random number generator): Génère des valeurs selon la distribution uniforme $U(0,1)$
- Échantillonnage: Génère un échantillon de valeurs aléatoires selon une distribution donnée
- Intégration: Estimer la valeur d'une intégrale via la notion d'espérance mathématique et la loi des grands nombres

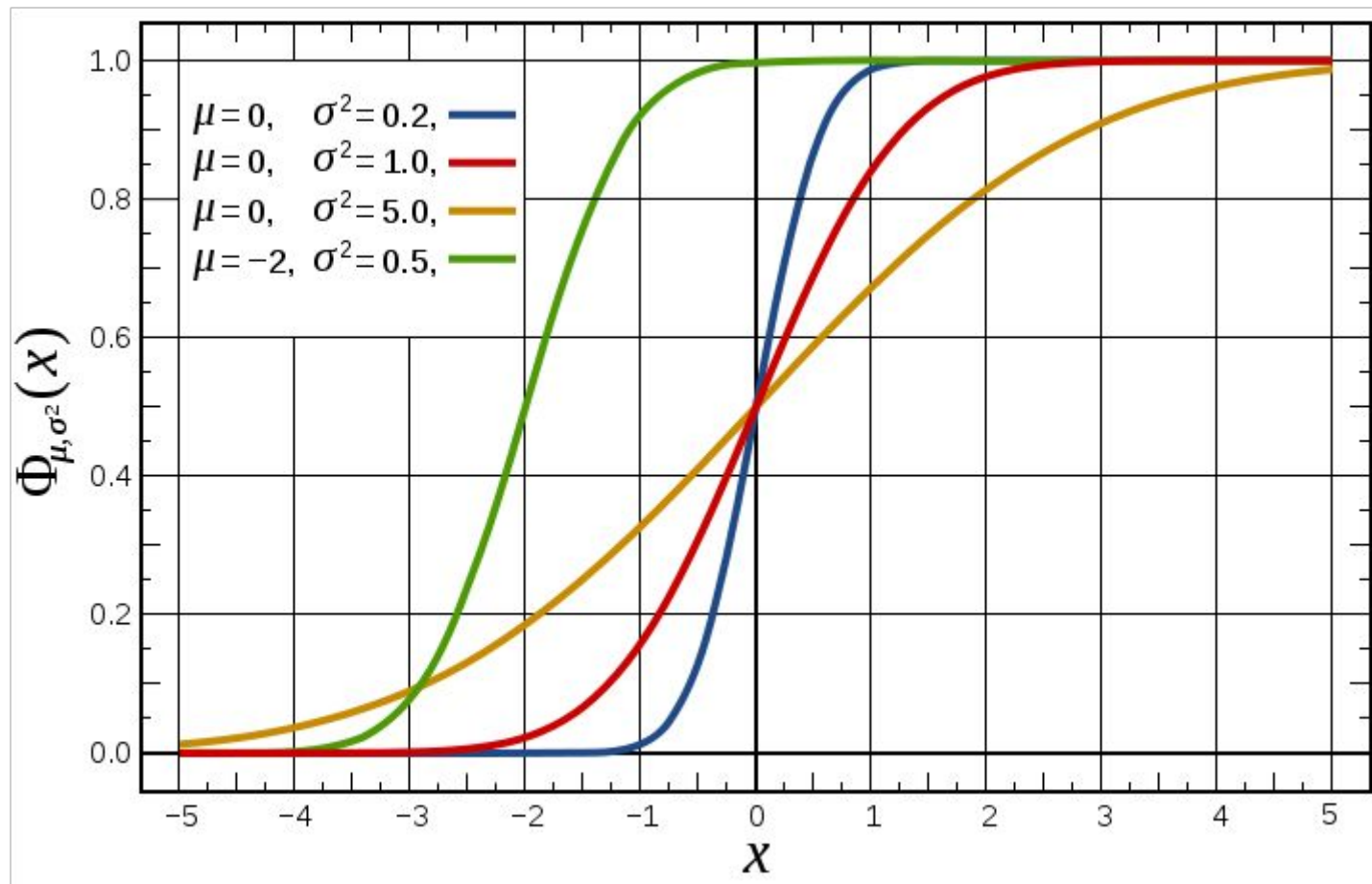
Rappel de probabilité

- Une probabilité est un nombre dans $[0,1]$
- 1 est la probabilité de l'événement certain
- 0 est la probabilité d'un événement impossible
- La probabilité d'un événement e est donné par un modèle $p(e)$
- On représente généralement $p(e)$ via la fonction cumulative de probabilité:
 - $x \rightarrow \text{CDF}(x) : x \rightarrow p(e \leq x) \in [0,1]$

CDF de la loi du dé à 6 faces



CDF de la loi normale



Échantillonnage

- Supposons que l'on sait générer des valeurs selon la loi $U(0,1)$
- Supposons que l'on ait une distribution de probabilité cumulative (CDF) notée F
- On génère un événement selon la CDF en:
 - Générant un nombre u selon $U(0,1)$
 - Trouvant x tel que $u=F(x)$
- On obtient un échantillon en répétant
- Note: trouver x tel que $u=F(x)$ est une inversion!

Intégration

- L'intégration via Monte-Carlo s'obtient du concept d'espérance mathématique
- Elle consiste à approximer le résultat de l'intégrale (aire sous la courbe) d'une fonction par la moyenne des valeurs de la fonction sur un échantillon

Intégration (suite)

- La moyenne d'échantillon m est un estimateur de l'espérance mathématique E
- La loi des grands nombres nous assure que:
 - $m \rightarrow E$ lorsque $N \rightarrow \infty$
- On peut l'utiliser pour approximer l'intégrale de fonctions déterministes en générant une expérience aléatoire dont l'espérance est l'aire sous la courbe (la distribution donne 1 si on est sous la courbe, 0 sinon)

Intégrale d'une fonction

The Monte Carlo Integral

